

Državno natjecanje iz fizike

12. do 15. svibnja 2026., Vodice

RJEŠENJE EKSPERIMENTALNOG ZADATAKA

3. skupina

1. Zadatak

a)

Pri vrtnji *rattlebacka* oko približno vertikalne osi opaža se različito ponašanje ovisno o smjeru vrtnje.

U jednom smjeru *rattleback* se vrti stabilno, pri čemu je njihanje tijela oko vodoravnih osi slabo izraženo ili gotovo neprimjetno. Kutna brzina postupno se smanjuje zbog trenja, a tijelo se zaustavlja bez promjene smjera vrtnje.

U suprotnom smjeru vrtnja je nestabilna. Nakon kratkog vremena pojavljuje se izraženo njihanje tijela, osobito oko poprečne osi (*pitch*), pri čemu se "kljun" *rattlebacka* giba gore-dolje. Amplituda tog njihanja raste, dok se rotacija oko vertikalne osi usporava. Tijelo se zatim zaustavlja, a potom počinje rotirati u suprotnom smjeru, u kojem je gibanje ponovno stabilno.

Ovakvo ponašanje posljedica je asimetrične raspodjele mase i nepoklapanja glavnih osi tromosti s geometrijskim osima tijela, zbog čega dolazi do sprezanja rotacije oko vertikalne osi i njihanja oko vodoravnih osi. Trenje s podlogom omogućuje prijenos energije između tih oblika gibanja i promjenu smjera vrtnje.

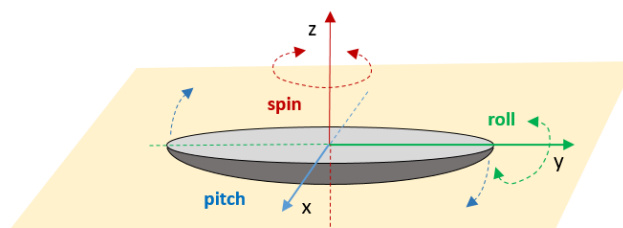
2 boda

b)

Tijekom gibanja *rattleback* može istovremeno izvoditi više vrsta gibanja. Uočava se:

- rotacija oko okomite osi (*spin*), koja se očituje kao zakretanje tijela na podlozi
- rotacija oko uzdužne osi tijela (*roll*), koja se očituje kao naginjanje lijevo-desno (ljuljanje)
- rotacija oko poprečne osi tijela (*pitch*), koja se očituje kao naginjanje naprijed-natrag (njihanje)

Ta se gibanja mogu pojavljivati istodobno i međusobno su povezana.



3 boda

c) Približno vertikalna je os oko koje se *rattleback* zakreće na podlozi, odnosno os rotacije (*spin*).

1 bod

2. zadatak

a)

Rattleback se učvrsti na letvicu pomoću ljepljive mase te se pomoću bifilarnog njihala najprije odredi moment tromosti ovješnog sustava oko vertikalne osi titranja. Period titranja određuje se mjerenjem vremena za više titraja (N).

Za određivanje momenta tromosti samog *rattlebacka* treba provesti mjerenje za:

- praznu letvicu,
- letvicu s *rattlebackom* za odabrani položaj.

Iz perioda titranja i mase sustava računa se moment tromosti pomoću izraza za bifilarno njihalo. Moment tromosti *rattlebacka* dobiva se kao razlika momenta tromosti sustava letvica i *rattlebacka* i momenta tromosti prazne letvice.

Za svaku od dviju odabranih osi *rattleback* se mora postaviti tako da ta os bude na osi titranja, odnosno da bude približno vertikalna, a centar mase *rattlebacka* mora biti na osi titranja. Mjerenje se provodi pri pravilnom titranju oko vertikalne osi, bez izraženog njihanja sustava. **3 boda**

b)

Za mjerenje se odabiru dvije osi za koje je *rattleback* moguće stabilno postaviti na letvicu tako da odabrana os bude vertikalna i da centar mase bude na osi titranja.

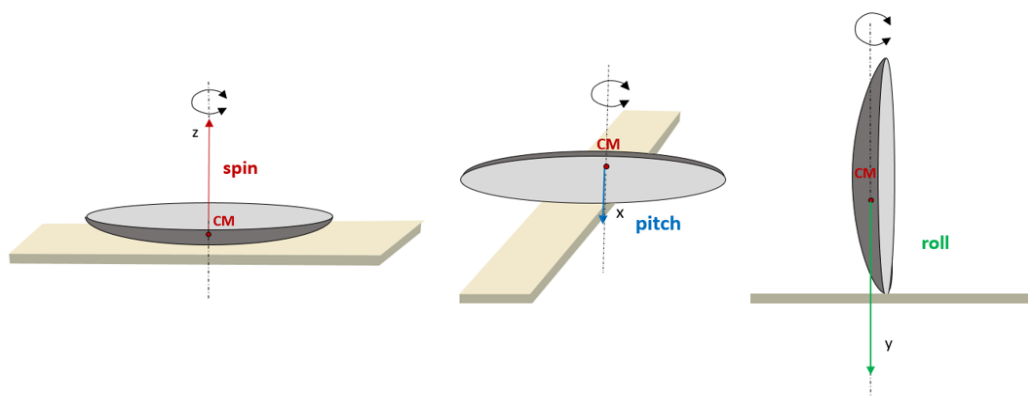
Najpogodnije je odabrati:

- *spin* os — *rattleback* leži na letvici,
- *pitch* os — *rattleback* je postavljen na bok tako da se vertikalna os titranja poklapa s *pitch* osi *rattlebacka*.

Preostala treća os, **roll os**, nije pogodna za pouzdano mjerenje ovim postavom jer bi *rattleback* trebalo postaviti u nestabilan položaj, praktički “na nos”. Tada je teško ostvariti čisto titranje oko vertikalne osi, pojavljuje se dodatno njihanje i period ne bi odgovarao samo rotaciji oko te osi.

Zato se moment tromosti oko *roll* osi ovim postavom ne može pouzdano odrediti. **2 boda**

c)



2 boda

d)

	letvica			spin postav			pitch postav		
N	t/s	T/s	$\Delta T/s$	t/s	T/s	$\Delta T/s$	t/s	T/s	$\Delta T/s$
5	5,43	1,086	0,0004	4,45	0,890	-0,0060	4,52	0,904	0,0040
5	5,46	1,092	-0,0056	4,43	0,886	-0,0020	4,46	0,892	0,0160
5	5,49	1,098	-0,0116	4,45	0,890	-0,0060	4,59	0,918	-0,0100
5	5,42	1,084	0,0024	4,39	0,878	0,0060	4,64	0,928	-0,0200
5	5,46	1,092	-0,0056	4,40	0,880	0,0040	4,58	0,916	-0,0080
5	5,4	1,080	0,0064	4,40	0,880	0,0040	4,49	0,898	0,0100
5	5,4	1,080	0,0064	4,39	0,878	0,0060	4,58	0,916	-0,0080
5	5,46	1,092	-0,0056	4,46	0,892	-0,0080	4,55	0,910	-0,0020
5	5,4	1,080	0,0064	4,45	0,890	-0,0060	4,52	0,904	0,0040
5	5,4	1,080	0,0064	4,36	0,872	0,0120	4,46	0,892	0,0160
	$T = 1,0864 \text{ s}$ $\bar{T} = 1,09 \text{ s}$ $r_m = 1,1 \%$			$T_{spin} = 0,8836 \text{ s}$ $\bar{T} = 0,88 \text{ s}$ $r_m = 1,4 \%$			$T_{pitch} = 0,9078 \text{ s}$ $\bar{T} = 0,9 \text{ s}$ $r_m = 2,2 \%$		

2 boda

e)

Masa *rattlebacka*, $m_R = 11\text{ g} = 0,011\text{ kg}$

Duljina niti i razmak između njih iznosi: $l = 57\text{ cm} = 0,57\text{ m}$, $d = 20\text{ cm} = 0,20\text{ m}$

Masa letve iznosi, $m_L = 16,3\text{ g} = 0,0163\text{ kg}$

Masa letve i *rattlebacka* je $m = 0,0273\text{ kg}$

Moment tromosti sustava letva i *rattleback* računa se prema izrazu: $I = \frac{mgd^2T^2}{16\pi^2l}$

Moment tromosti letve:

Iz podataka $T_L = 1,0864\text{ s}$

Uvrštavanjem u prethodni izraz slijedi:

$$I = \frac{m_L g d^2 T_L^2}{16\pi^2 l} = \frac{0,0163\text{ kg} \cdot 9,81\text{ ms}^{-2} (0,2\text{ m})^2 (1,0864\text{ s})^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,57\text{ m}} = 8,3869 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$I_L(\text{exp}) = 8,39 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

1 bod

Moment tromosti letve može se alternativno odrediti i teorijski, koristeći se odgovarajućim izrazom za homogenu letvu. Na osnovi teorijskih razmatranja moment tromosti letve može se odrediti prema izrazu za moment tromosti ploče koja rotira oko okomite osi koja prolazi njezinim središtem (centrom mase):

$$I = \frac{1}{12} m(L^2 + b^2)$$

Duljina letve je $L = 25\text{ cm} = 0,25\text{ m}$, širina letve je $b = 2,8\text{ cm} = 0,028\text{ m}$.

Moment tromosti letve je:

$$I_L(\text{teor}) = \frac{1}{12} 0,0163\text{ kg} (0,25^2\text{ m}^2 + 0,028^2\text{ m}^2) = 8,596 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$I_L(\text{teor}) = 8,60 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Moment tromosti letva + *rattleback*

Spin

$$T_{\text{spin}} = 0,8836\text{ s}$$

$$I = \frac{mgd^2T_{\text{spin}}^2}{16\pi^2l} = \frac{0,0273\text{ kg} \cdot 9,81\text{ ms}^{-2} (0,2\text{ m})^2 (0,8836\text{ s})^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,57\text{ m}} = 9,2927 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$I_{\text{sustav,spin}} = 9,29 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

Moment tromosti *rattlebacka* je:

$$I_{\text{rattleback,spin}} = I_{\text{sustav,spin}} - I_{\text{letva,exp}} \Rightarrow I_{\text{rattleback,spin}} = 9,293 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2 - 8,387 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$$

$$I_{\text{rattleback,spin}} = 9,06 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2$$

1 bod

Pitch

$$T_{pitch} = 0,9078 \text{ s}$$

$$I = \frac{mgd^2T_{pitch}^2}{16\pi^2l} = \frac{0,0273\text{kg} \cdot 9,81\text{ms}^{-2} (0,2\text{m})^2 (0,9078\text{s})^2}{16 \cdot \pi^2 \cdot 0,57\text{m}} = 9,8107 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$$

$$I_{sustav,pitch} = 9,811 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$$

Moment tromosti *rattlebacka* je:

$$I_{rattleback,pitch} = I_{sustav,pitch} - I_{letva,exp} \Rightarrow I_{rattleback,pitch} = 9,811 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2 - 8,387 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$$

$$I_{rattleback,pitch} = 1,42 \cdot 10^{-5} \text{kgm}^2$$

1 bod

f)

Dobiveni momenti tromosti *rattlebacka* oko odabranih osi nisu jednaki.

Prema rezultatima mjerenja, moment tromosti oko **pitch osi** veći je od momenta tromosti oko **spin osi**:

$$I_{pitch} > I_{spin}$$

To znači da masa *rattlebacka* nije jednako raspoređena oko svih osi. Tijelo ima veći moment tromosti oko one osi od koje je veći dio mase u prosjeku udaljeniji.

Razlika dobivenih momenata pokazuje da *rattleback* nije simetrično tijelo. Njegova nesimetrična raspodjela mase jedan je od razloga zašto se pri vrtnji u različitim smjerovima ponaša različito.

Budući da momenti tromosti ovise o obliku i raspodjeli mase tijela, za druge modele *rattlebacka* može se dobiti drugačiji odnos momenata tromosti.

1 bod

g)

Glavni izvori nesigurnosti:

- mjerenje vremena štopericom: vrijeme reakcije pri pokretanju i zaustavljanju mjerenja, pogreška se smanjuje mjerenjem vremena za više titraja
- određivanje perioda: sustav se prigušuje, pa nije uvijek lako odabrati iste titraje za mjerenje
- neidealno titranje: ako se letvica osim zakretanja oko vertikalne osi još i njiše ili pomiče, izmjereni period ne odgovara čistom bifilarnom titranju
- početni otklon (odstupanje od uvjeta malih kutova)
- položaj centra mase *rattlebacka*: ako centar mase nije na osi titranja, dobiveni moment tromosti uključuje dodatni doprinos zbog pomaka osi
- učvršćivanje *rattlebacka*: ljepljiva masa ili selotejp dodaju malu masu i mogu malo promijeniti raspodjelu mase; moguć je i mali pomak tijekom titranja
- mjerenje duljine niti l i razmaka niti d (posebno je važno točno izmjeriti d , jer u izrazu za moment tromosti ulazi kao kvadratni član)
- nejednake ili neparalelne niti: ako niti nisu jednake duljine ili nisu dobro postavljene, os titranja nije dobro definirana
- prigušenje zbog trenja u ovjesu i otpora zraka
- masa niti i dodatnog pribora: u formuli se zanemaruje, ali u stvarnosti može malo utjecati na rezultat
- napomena, kako je $I \sim d^2 \cdot T^2$, nesigurnosti u mjerenju razmaka između osi d i mjerenja perioda T imaju velik utjecaj na nesigurnost u određivanju momenta tromosti I .

1 bod

3. zadatak

- a) U tablici su prikazane tri serije mjerenja vremena trajanja povratne vrtnje t , povratnog kuta φ te ukupnog vremena gibanja rattlebacka t_{uk} (od početka vrtnje do konačnog zaustavljanja).

t/s	$\varphi/^\circ$	t_{uk}/s	$t_{uk}-t/s$	$t/(t_{uk}-t)$	t_{mokra}/s
3,83	350	4,81	0,98	3,91	2,81
3,97	375	4,94	0,97	4,09	2,06
3,77	340	4,63	0,86	4,38	2,79

Na temelju tih mjerenja procijenjeno je vrijeme od početka gibanja do trenutka kada se *rattleback* zaustavi i započne vrtnju u suprotnom smjeru: $t_{uk}-t$.

Dobiveno je da povratna vrtnja traje približno četiri puta dulje od vremena potrebnog da se *rattleback* zaustavi i promijeni smjer vrtnje:

$$\frac{t}{t_{uk}-t} \approx 4$$

1 bod

Može se uočiti da:

- početna vrtnja brzo se zaustavlja (≈ 1 s)
- povratna vrtnja traje znatno dulje (≈ 4 s)
- povratni kut približno je jedan puni okret
- povratna vrtnja sporija je i pravilnija

Gibanje se može opisati kao proces koji se odvija u dvije faze:

- brza faza prijenosa energije iz rotacije u njihanje
- sporija faza povratne rotacije.

1 bod

Promjena uvjeta trenja može se ostvariti, primjerice, promjenom podloge (plastični pladanj / stol) ili navlaživanjem podloge.

Pri smanjenom trenju (navlažena podloga) izmjerena vremena ukupnog gibanja znatno su kraća: $t_{mokra} \approx 2,1$ s do 2,8 s.

Povratna vrtnja vrlo je slaba ili izostaje.

Smanjenjem trenja reverzija postaje slabija ili nestaje, što pokazuje da trenje ima ključnu ulogu u prijenosu gibanja između rotacije i njihanja.

1 bod

- b) Na početku je energija *rattlebacka* najvećim dijelom kinetička energija rotacije oko približno vertikalne osi. Tijekom gibanja dio te energije prelazi u njihanje oko vodoravnih osi, posebno u *pitch* gibanje, pri čemu se "kljun" rattlebacka giba gore-dolje.

Kako njihanje jača, rotacija u početnom smjeru slabi i *rattleback* se zaustavlja. Zatim se dio energije njihanja prenosi u rotaciju suprotnog smjera.

1 bod

Ukupna mehanička energija sustava pritom se smanjuje zbog trenja s podlogom i drugih gubitaka, pa je povratna vrtnja slabija od početne i nakon kratkog vremena se zaustavlja.

Ako se trenje smanji, promjena smjera može biti slabije izražena ili se uopće ne dogodi, jer trenje nije samo izvor gubitaka nego sudjeluje i u prijenosu gibanja između vrtnje i njihanja.

1 bod

- c) *Rattleback* ima asimetričnu raspodjelu mase i različite momente tromosti oko različitih osi, zbog čega dolazi do sprežanja rotacije oko približno vertikalne osi i gibanja oko vodoravnih osi.

1 bod

U jednom smjeru vrtnje to sprežanje pojačava njihanje (osobito oko poprečne osi), dok se u suprotnom smjeru ono pobuđuje znatno slabije. Rezultati iz 2. zadatka pokazuju da momenti tromosti oko odabranih osi nisu jednaki, što potvrđuje nejednaku raspodjelu mase.

Zbog asimetrije i djelovanja sila u dodiru s podlogom nastaje moment koji nakon zaustavljanja može pokrenuti rotaciju u suprotnom smjeru.

1 bod

- d) Plastična žlica bez drške može se, uz prikladnu nesimetričnu raspodjelu dodatne mase, ponašati kao jednostavan model *rattlebacka*. Dodavanjem samoljepljivih jastučića mijenja se raspodjela mase, položaj centra mase i momenti tromosti žlice s obzirom na različite osi. Zbog toga se vrtnja oko približno okomite osi može sprežati s njihanjem i ljuljanjem tijela, pa se može pojaviti kontrarotacija.

Različiti rasporedi dodane mase i različiti početni smjerovi vrtnje mogu dovesti do različito izražene kontrarotacije. Izraženost kontrarotacije može se procijeniti opažanjem ili jednostavnim mjerenjima.

Kontrarotacija se može opisati različitim veličinama, primjerice:

- povratnim kutom
- brojem povratnih okreta
- trajanjem povratne vrtnje
- ili omjerom $\omega = \frac{\varphi}{t}$, gdje je φ povratni kut, a t vrijeme trajanja povratne vrtnje.

Omjer predstavlja efektivnu srednju kutnu brzinu povratne vrtnje.

U tablici je prikazan primjer mjerenja pri početnoj vrtnji u smjeru kazaljke na satu.

	m_{dod}/g	$\varphi / ^\circ$	t / s	$\omega / ^\circ/\text{s}$	raspodjela mase
A	0,6 + 0,6	505	3,57	141,46	
		450	3,65	123,29	
		745	5,06	147,23	
		590	4,54	129,96	
		630	5,03	125,25	
		$\bar{\omega} = 133,44 ^\circ/\text{s}$			
B	0,6 + 0,6	640	4,72	135,59	
		780	5,28	147,73	
		680	5,38	126,39	
		690	5,66	121,91	
		690	4,69	147,12	
		$\bar{\omega} = 135,75 ^\circ/\text{s}$			
C	1,2 + 1,2	420	4,32	97,22	
		320	3,66	87,43	
		360	3,97	90,68	
		400	4,22	94,79	
		420	4,38	95,89	
		$\bar{\omega} = 93,20 ^\circ/\text{s}$			

Masa jednog samoljepivog jastučića iznosi 0,6 grama. Masa prazne žlice je 2,6 grama.

Za raspodjele A, B i C izračunavane su srednje vrijednosti efektivnih srednjih kutnih brzina $\bar{\omega}$ za serije od po pet mjerenja.

U rasporedima A i B korištena je jednaka ukupna dodana masa, ali je u rasporedu B masa razvučenija uz rub žlice. Budući da su dobivene srednje vrijednosti $\bar{\omega}$ vrlo slične, iz tih mjerenja ne može se pouzdano zaključiti da sama razvučenost mase bitno mijenja izraženost kontrarotacije.

U rasporedu C korištena je veća ukupna dodana masa, ali je dobivena manja vrijednost $\bar{\omega}$. To pokazuje da veća dodana masa sama po sebi ne mora značiti izraženiju kontrarotaciju.

1 bod

Ako se promijeni raspored mase ili početni smjer vrtnje, može se promijeniti i ponašanje žlice. Raspored koji pri jednom početnom smjeru ne daje izraženu kontrarotaciju može je pokazati pri suprotnom početnom smjeru vrtnje.

Ako se raspored dodane mase zrcalno preslika s jedne strane uzdužne osi žlice na drugu stranu (lijevo-desno), mijenja se orijentacija asimetrije sustava.

U idealiziranom slučaju time bi se mogao promijeniti i smjer vrtnje u kojem dolazi do jačeg pobuđivanja njihanja, odnosno promijenio bi se „nepovoljan“ smjer vrtnje.

1 bod

U stvarnom pokusu rezultat nije potpuno idealan jer žlica nije savršeno simetrična, jastučići nisu idealno postavljeni, a uvjeti kontakta nisu potpuno jednaki.

Zbog toga se eksperimentalno može pojaviti kontrarotacija u oba početna smjera vrtnje, ali različite izraženosti.

Zaključno, pojava i izraženost kontrarotacije ne ovise samo o količini dodane mase nego i o kombinaciji njezina položaja, raspodjele i orijentacije, o smjeru početne vrtnje te o uvjetima kontakta s podlogom.

1 bod